

DALL'ESTERO

# La pascalina e la sua versione digitale con Cabri Elem nelle classi francesi

Michela Maschietto<sup>1</sup>, Sophie Soury-Lavergne<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Dipartimento di Educazione e Scienze Umane, Università di Modena e Reggio Emilia, [michela.maschietto@unimore.it](mailto:michela.maschietto@unimore.it)

<sup>2</sup> EducTICE – S2HEP, Institut Français de l'Éducation – École Normale Supérieure di Lione, [sophie.soury-lavergne@ens-lyon.fr](mailto:sophie.soury-lavergne@ens-lyon.fr)

L'uso di oggetti manipolabili (indicati con il termine *manipulative*) nell'educazione matematica è molto diffuso, soprattutto nella scuola primaria. Possiamo individuare vari tipi di oggetti tra quelli usati nella didattica della matematica. Una prima distinzione riguarda le origini di tali manipolativi: alcuni sono più o meno legati alla storia della matematica – come le [macchine matematiche](#), altri sono stati costruiti per scopi didattici. Una seconda distinzione riguarda la loro natura: vi sono manipolativi artefatti fisici e manipolativi virtuali, definiti da Moyer come “*an interactive, Web-based, visual representation of a dynamic object that presents opportunities for constructing mathematical knowledge*”.

I lavori di ricerca in didattica della matematica spesso si sono focalizzati sulla manipolazione di un solo tipo di artefatto, sia questo fisico o digitale; accade altrettanto spesso che si proponano realizzazioni informatiche di artefatti fisici, ad esempio, in internet si possono trovare diverse proposte di abaci virtuali. Tuttavia, ci sono pochi studi in didattica della matematica che analizzano l'articolazione tra artefatti fisici e digitali, anche se la questione è presente nel dibattito internazionale.

In questo articolo si presenta un lavoro di ricerca-azione nella scuola

primaria che si basa sull'uso di due manipolativi: uno fisico che si lega alla storia della matematica – la macchina aritmetica Zero+1, chiamata *pascalina*, e uno virtuale – la *e-pascalina*, corrispondente alla simulazione informatica della Zero+1. Tale lavoro mira ad analizzare *perché e come* l'uso della tecnologia informatica rappresenta un valore aggiunto all'uso di artefatti fisici. L'idea è stata allora di costruire la versione informatica della pascalina non come 'replica' della pascalina per far 'le stesse cose' (come la simulazione della Pascalina realizzata dal francese [C. Bascouli](#)) o come sua possibile sostituta, ma come elemento complementare da usare insieme in uno stesso percorso didattico. Abbiamo iniziato così a parlare di *duo d'artefatti*.

L'articolo è composto di due parti. La prima riguarda la presentazione del nostro duo d'artefatti. La seconda parte riguarda le sperimentazioni didattiche condotte in classi francesi nell'ambito del progetto [Mallette](#) riguardante, in particolare, l'uso della tecnologia nella scuola primaria e la costruzione di una valigetta per la matematica.

## Il duo d'artefatti

Il punto di partenza per la concezione del *duo d'artefatti* sono state le sperimentazioni condotte in seno ai gruppi di ricerca in didattica della matematica dell'Università di Modena e Reggio Emilia (in particolare, Canalini & Maschietto [1](#) e [2](#), [Casarini e Clementi](#), Persico) e dell'[Università di Torino](#) sull'uso della pascalina Zero+1, costruita dalla ditta Quercetti. La Zero+1 è costruita a immagine della famosa macchina aritmetica *Pascalina* realizzata da Blaise Pascal (1623-1662) nel 1642. Per questo legame con la storia, la Zero+1 è anche chiamata *pascalina*. Grazie alla collaborazione con ricercatori in didattica della matematica dell'Istituto Francese dell'Educazione di Lione, i percorsi sperimentati in Italia con la pascalina Zero+1 sono stati proposti in progetti francesi, nel cui ambito si è sviluppata la versione digitale della pascalina, chiamata *e-pascalina*. Presentiamo qui di seguito la pascalina Zero+1 per poi passare al design della *e-pascalina*.

## La pascalina Zero+1

La pascalina Zero+1 (Figura 1) è una calcolatrice meccanica in plastica (27 cm x 16 cm), costituita da una base sulla quale sono disposte cinque ruote dentate: le tre ruote (di colore giallo) nella parte inferiore sono deputate alla rappresentazione posizionale decimale del numero, mentre le

due ruote in alto (di colore arancione) consentono l'automatizzazione del cambio. Le ruote possono girare in senso orario e antiorario. La pascalina è un artefatto che incorpora molteplici significati aritmetici: un approccio di tipo ricorsivo al numero, la scrittura posizionale decimale dei numeri, il legame tra le operazioni di addizione e sottrazione, la moltiplicazione come addizione ripetuta e la divisione come sottrazione ripetuta. La pascalina funziona come un contatore in base dieci: il movimento discreto della ruota gialla in basso a destra in senso orario corrisponde all'operatore '+1'.

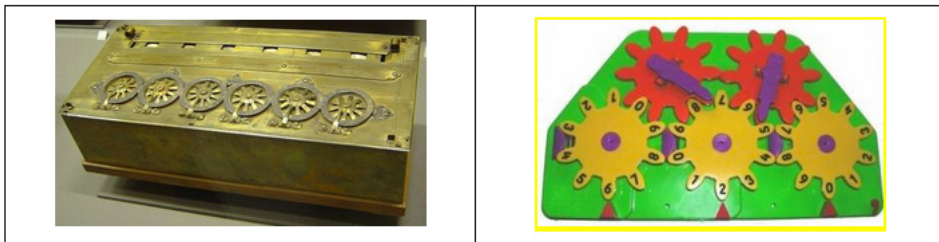


Figura 1 – A sinistra la Pascalina di Pascal, a destra la pascalina Zero+1.

## Il design della e-pascalina

La e-pascalina (Figura 2) è stata realizzata con il software Cabri Elem (sviluppato dalla società francese [Cabrilog](#)), che permette di costruire quaderni digitali (e-book) come una successione di pagine ciascuna della quali contiene oggetti su cui si può agire: oggetti fissi, oggetti che compaiono in seguito a precise azioni e compiti relativi a un contenuto matematico (ad esempio, la collezione [123...Cabri](#) è costituita da quaderni di questo tipo; è disponibile anche la versione italiana). Per approfondimenti sulla costruzione dei quaderni digitali, si veda Mackrell, Maschietto e Soury-Lavergne in [ICMI Study 22](#) e [CERME 8](#).

La e-pascalina è stata creata come un oggetto complesso, molto simile alla pascalina. Le forme, le componenti principali e i colori sono stati conservati, sono stati aggiunti nuovi elementi (ad esempio, le frecce attorno ai triangolini rossi) e altri sono stati tolti (ad esempio, i piccoli perni che rendono discreto il movimento delle ruote gialle).

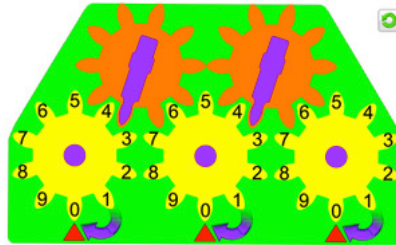


Figura 2 – La e-pascalina.

La costruzione della e-pascalina si basa sui quadri teorici definiti nella ricerca in didattica della matematica, la teoria della mediazione semiotica e l'approccio strumentale. Questi sono alla base delle scelte sul design della e-pascalina, permettendo di identificare elementi di continuità ed elementi di discontinuità tra pascalina ed e-pascalina, soprattutto in relazione agli schemi d'utilizzo. Ad esempio, il movimento discreto delle ruote gialle (rotazione di un dente alla volta), che è una caratteristica fondamentale della pascalina, è stato mantenuto nella e-pascalina, ma ogni ruota della e-pascalina non gira agendo su un suo dente ma grazie all'uso di due bottoni-freccia (Figura 2, in basso di fianco ai triangoli rossi). Come si vede nella Figura 2, nella posizione di azzeramento della e-pascalina (configurazione 000 in corrispondenza dei triangoli rossi) sono presenti solo le frecce per la rotazione in senso orario: questa è una scelta di design per inibire la rotazione antioraria corrispondente a '-1' come prima azione sulla macchina. Una tale manipolazione è invece possibile con la pascalina e può essere didatticamente favorita per portare gli allievi a discutere e interpretare il comportamento della macchina quando si fa '0-1'. L'idea di duo d'artefatti si realizza anche nella complementarità dei compiti per gli allievi.

Naturalmente, il movimento automatico delle ruote è stato mantenuto in quanto è un'altra caratteristica fondamentale della pascalina, mentre la possibilità di girare le ruote nella pascalina afferrando le frecce viola sopra alle ruote arancioni non è stata riprodotta nella e-pascalina, perché in base all'analisi svolta avrebbe rafforzato una manipolazione non matematicamente importante (per approfondimenti; [Maschietto & Soury-Lavergne](#)).

Successivamente, la e-pascalina è stata inserita all'interno di quaderni informatici e sono stati costruiti compiti precisi. Nel seguito, presenteremo

mo alcuni di questi quaderni.

## Quaderni digitali con la e-pascalina

La e-pascalina è inclusa in una raccolta di quaderni digitali. Ogni e-book è composto di diverse pagine che mantengono la stessa struttura, ma che differiscono per alcuni elementi. Le scelte di tali elementi sono tali da organizzare l'attività degli allievi e le retroazioni (o feedback) degli oggetti alle azioni dell'utilizzatore. In ogni quaderno, si possono determinare tre tipi di feedback, come sono già stati descritti su Bricks ([Verso buone pratiche nell'uso dei software di geometria dinamica nella didattica della matematica](#)):

1. manipolazione degli oggetti presenti nelle pagine;
2. valutazione, cioè se il risultato è corretto oppure no;
3. strategie seguite dall'allievo.

Il terzo tipo di feedback è una caratteristica di questi quaderni digitali, in quanto tali feedback si possono programmare per sostenere gli allievi nella ricerca di una strategia risolutiva. Questo tipo di feedback è diverso da quello di valutazione. Ad esempio, la Figura 4 mostra un feedback di valutazione: le faccine esprimono valutazione positiva o negativa sul risultato ottenuto, ma l'allievo non sa dove ha sbagliato quando appare una faccina triste. La Figura 5 mostra invece anche un altro feedback: nel quaderno compare la scritta con quanto fatto correttamente dall'allievo, ma la non comparsa della faccina sorridente dice che vi è una strategia migliore per arrivare al risultato richiesto.

I quaderni con la e-pascalina finora editati sono cinque, relativi a tre soggetti diversi, più precisamente:

### **1) Scrittura dei numeri con la pascalina.**

Si tratta di scrivere con la e-pascalina un numero fornito con rappresentazioni diverse (Figura 3): pallini disposti nello spazio attorno alla e-pascalina (in modo regolare o in ordine sparso) oppure mediante un messaggio sonoro. Ogni pagina differisce dalla successiva per la disposizione spaziale dei pallini, per la grandezza del numero da rappresentare a parità di rappresentazione tramite pallini, per le differenze linguistiche delle parole-numero (fino a venti, da venti in poi...).



Figura 3 – Copertina e alcune pagine del quaderno sulla scrittura dei numeri.



Figura 4 – Una pagina del quaderno con il feedback di valutazione.

## 2) Addizioni con la pascalina (un quaderno per la classe prima e uno per la classe seconda).

Nella scrittura dei numeri, si può vedere il valore aggiunto dell'ambiente informatico grazie al fatto di poter decidere del comportamento degli oggetti nelle pagine del quaderno, compresa la e-pascalina, in base agli obiettivi di apprendimento. Per esempio, se si vuole promuovere l'evoluzione della strategia da quella per iterazione (un dente alla volta, tante volte quanto è il numero di unità del numero) a quella per decomposizione (scrittura delle cifre sulle ruote gialle corrispondenti), si possono

nascondere le frecce che permettono di far girare le ruote gialle se l'allievo clicca troppe volte. In questo caso, la scomparsa delle frecce è un feedback relativo alla strategia, che non è possibile avere lavorando con la pascalina Zero+1. Un altro valore aggiunto è dato da una "scatola degli attrezzi" (rappresentata da una serie di bottoni in basso a ogni pagina), con strumenti per scrivere testo e numero sulla pagina, per segnare punti o azzerare la e-pascalina, per muoversi sulla linea dei numeri. Questa scelta è legata all'analisi che la pascalina non è mai usata 'sola' nelle classi che l'hanno sperimentata, ma è inserita in un sistema di strumenti.

**3) Numero di clic con la pascalina** (un quaderno per la classe prima e uno per la classe seconda).

Questo quaderno propone un compito strettamente legato alla pascalina e al suo movimento discreto: scrivere un numero con il minor numero di scatti (o clic). Il quaderno prende in conto il conteggio degli scatti, sollevando l'allievo da questa memorizzazione ma lasciandogli tutto il carico della ricerca della strategia per risolvere il problema. È un compito che appare di scrittura, ma mette in gioco il calcolo mentale, l'anticipazione del comportamento della macchina e le diverse scomposizioni di un numero. Ad esempio, per scrivere 17, il modo più veloce è di considerare 17 come risultato dell'operazione  $20-3$ , che richiede in tutto 5 scatti (2 scatti per scrivere 20 e 3 per il sottraendo), mentre il metodo di decomposizione porterebbe a effettuare 8 scatti (1 scatto per la decina e 7 per le unità) e quello di iterazione a 18 scatti. La Figura 5 mostra una pagina con la richiesta di ottenere il numero 10.



Figura 5 – Quaderno sul numero di clic: copertina a sinistra e la scrittura del numero dieci a destra.

## I percorsi didattici

I percorsi didattici con pascalina ed e-pascalina sono sperimentati in

classi francesi di livello CP e CE1 (corrispondenti alle nostre classi prima e seconda primaria), già dalla fine dell'anno scolastico 2012-2013. Come abbiamo detto, non si tratta di esperienze in cui prima si usa la pascalina e poi la e-pascalina, ma piuttosto di percorsi in cui i due artefatti sono usati in modo complementare, in accordo con l'idea di *duo d'artefatti* (Figura 6).

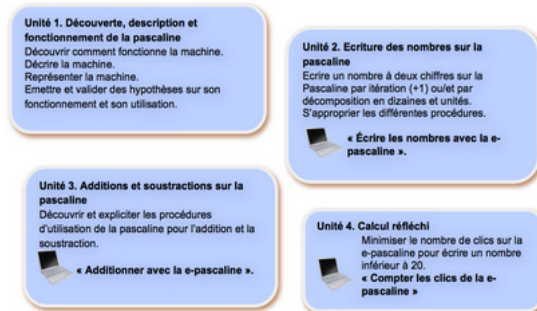


Figura 6 – Il percorso per la classe CP (classe prima).

Nella prima unità del percorso, la pascalina è introdotta nella classe e gli allievi lavorano a coppie su un compito di esplorazione e formulazione di ipotesi sul funzionamento, così come nelle sperimentazioni italiane (a Modena [1-2](#) e a [Torino](#)) con la sola pascalina. Nella condivisione del lavoro si usa la e-pascalina sola (Figura 2), proiettata o visualizzata nella LIM (Figura 7). Nella seconda unità, dopo il lavoro sulla scrittura dei numeri in base dieci minori di 20, si passa al quaderno con la e-pascalina (Figure 3, 4 e 5). Nella terza unità si affrontano l'addizione e la sottrazione, prima con la pascalina e poi con la e-pascalina. Il percorso termina con la quarta unità, che propone il quaderno sul numero di clic (Figura 5). La e-pascalina viene usata nei momenti di bilancio del lavoro svolto, ma anche per mostrare all'intera classe le diverse strategie.





Figura 7 – La condivisione del lavoro di gruppo.

La e-pascalina può essere mostrata in una LIM oppure proiettata dal computer dell'insegnante (Figura 7); nel secondo caso, la disponibilità di un mouse senza fili permette una maggiore condivisione delle strategie messe in atto dagli allievi grazie alla mobilità del mouse stesso.

La Figura 8 riporta due momenti del lavoro con allievi di classe prima con il quaderno sulle addizioni: nella foto a sinistra è usato il solo quaderno, mentre nella foto a destra la pascalina è usata per svolgere operazioni e il quaderno digitale per controllare il risultato.

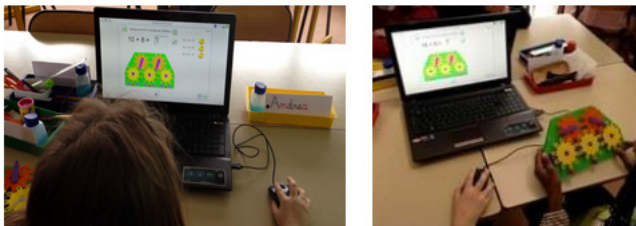


Figura 8 – Un compito svolto con il duo d'artefatti, pascalina ed e-pascalina

La e-pascalina può essere anche proposta su tablet (Figura 9).

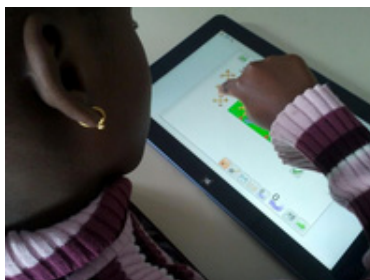


Figura 9 – La e-pascalina su tablet.

---

Le sperimentazioni in Francia sul duo d'artefatti stanno aumentando in maniera importante e i dati raccolti rafforzano le ipotesi di ricerca espresse al momento del design della e-pascalina e dei quaderni di attività. Altri quaderni sono in cantiere, così come un percorso per la classe CE1 (seconda primaria). Si spera di poter avviare anche in Italia sperimentazioni di questo tipo con la versione italiana dei quaderni digitali, mentre sarà pubblicato a settembre un testo che raccoglie le esperienze italiane sulla pascalina.