CC BY-SA 4.0

TEMA

Laboratorio di scrittura in matematica con MediaWiki: un'analisi delle possibili ricadute sulle competenze di comunicazione e comprensione in matematica

Piera Romano

Liceo Scientifico Statale "Mons. B. Mangino" di Pagani (Sa)
pieraromano.72@gmail.com

keywords: *MediaWiki, wikibook, didattica, matematica, information literacy, Vivarium*

Il laboratorio di scrittura condivisa con MediaWiki in Matematica è il punto di arrivo di una sperimentazione avviata nell'a.s. 2015/2016 con le mie classi di biennio, nell'ambito del progetto Vivarium - Wiki at school, presso il Liceo Scientifico Statale "Mons. B. Mangino" di Pagani (SA) e presso il Liceo delle Scienze Umane "E. Gianturco" di Potenza.

Il progetto, ideato dal prof. Armando Bisogno e dal prof. Luigi Catalani del Centro interdipartimentale di Filosofia tardo-antica, medievale e umanistica (FiTMU) dell'Università di Salerno, ha avviato una riflessione sulla necessità di guidare gli studenti nella selezione delle fonti, nella rielaborazione critica dei contenuti e nella organizzazione significativa degli stessi, al fine di sperimentare la creazione di manuali *open access*, sempre ampliabili, da costruire per e con i propri studenti, utilizzando la tecnologia wiki. A Pagani, i docenti hanno lavorato sulla piattaforma MediaWiki e hanno avuto la possibilità di creare un wiki locale, insieme ai propri studenti, abilitati dal proprio docente alla modifica dei contenuti.

In questo articolo presento la mia esperienza di insegnante di matematica, che, dopo un avvio alquanto riluttante, si è ritrovata ad aver istituito un laboratorio di scrittura permanente in ogni classe per potenziare le competenze linguistiche appropriate per la matematica, sia nella fase di scrittura che di lettura di un testo.

L'esperienza è stata già documentata in una tesi di Laurea magistrale in Matematica dal titolo *Il Progetto Vivarium nell'educazione matematica. Costruzione di pagine wiki sulle funzioni,* discussa dalla dr.ssa Francesca Di Lieto, relatrice la prof.ssa Maria Mellone del Dipartimento di Matematica dell'Università degli Studi di Napoli "Federico II", con la quale collaboro da oramai un decennio all'interno del gruppo di ricerca in Didattica della Matematica della medesima Università, guidato dal prof. Roberto Tortora.

Perché scrivere di matematica?

Il laboratorio di scrittura condivisa in matematica non è particolarmente diffuso in ambito didattico, nonostante la matematica a scuola sia considerata prevalentemente una materia scritta. In realtà, lo scritto in matematica viene associato alla risoluzione di esercizi e di problemi, piuttosto che alla descrizione di un contenuto curricolare. L'organizzazione di un manuale di matematica, di solito, sembra non consentire grandi possibilità di riorganizzazione dei contenuti, dal momento che la matematica è considerata per sua natura intrinsecamente complessa e rigidamente strutturata. Pertanto scrivere di matematica insieme ai propri studenti può sembrare in prima battuta superfluo.

Bisogna però considerare che, negli ultimi decenni, si richiede a ragione agli insegnanti di organizzare l'insegnamento della matematica con metodologia laboratoriale, assicurando che l'aula diventi luogo in cui gli studenti *imparano facendo*, discutendo e confrontandosi con il docente alla ricerca di strumenti idonei alla risoluzione dei problemi, interni alla matematica e/o collegati alla realtà quotidiana.

Questo approccio, prevalentemente di tipo costruttivista, porta con sé l'esigenza che i percorsi didattici, progettati dal docente, promuovano la trattazione a spirale dei contenuti, cosicché gli studenti colgano i collegamenti e le connessioni tra le varie branche della matematica e, magari, anche con altre discipline.

Ad esempio, un percorso significativamente organizzato su problemi il cui modello è lineare dovrebbe prevedere che, a partire da problemi significativi, magari tratti dal mondo fisico, si studi la funzione lineare, si introduca l'equazione di una retta nel piano cartesiano, si determini lo zero della funzione, se ne studi il segno, si determini il punto di intersezione di due rette e, perciò, si risolva un sistema di equazioni lineari. D'altra parte, tutti questi argomenti sono quasi sempre organizzati in capitoli distinti, talvolta addirittura suddivisi in due volumi successivi.

Una delle difficoltà da affrontare nell'organizzare il curricolo di matematica in questo modo è la mancata corrispondenza tra il percorso progettato e la maggior parte dei libri di testo, in cui i contenuti sono organizzati in maniera prevalentemente *verticale*, più consona all'organizzazione di una lezione di tipo frontale. Ciò comporta, infatti, che, tanto il docente, quanto gli studenti, debbano *saltellare* da un capitolo all'altro, quando fanno riferimento al testo in adozione, pur essendo quest'ultimo stato selezionato in maniera accurata.

Un altro aspetto delicato correlato alla didattica laboratoriale è la gestione dell'attività di *brainstorming*, che di solito è la prima fase con cui si avvia un'attività di *problem*

solving. La discussione all'interno di un gruppo o con l'intera classe, con la mediazione del docente, è un momento cruciale del laboratorio di matematica. In questa fase, ciascuno è incoraggiato ad esprimere la propria opinione, si confrontano le risposte, si impara a fare domande, a se stessi e a gli altri.

Un'efficace attività di *brainstorming* fa emergere le idee e le conoscenze che gli studenti già hanno, e, durante tale attività, di solito si crea una sorta di *cultura di classe,* con l'utilizzo di un gergo condiviso, spesso colloquiale, che però può anche generare interferenza, non sempre costruttiva, con il linguaggio specifico della matematica. D'altronde, è ormai noto agli esperti in didattica della matematica che la discussione è strumento critico indispensabile, dal momento che essa porta con sé la costruzione di significati, e il linguaggio non è solo utilizzato per trasmettere significati già acquisiti, ma contribuisce alla costruzione degli stessi.

Per affrontare questa duplice difficoltà (l'approccio per così dire *orizzontale* e la gestione delle discussioni), ho negli anni sistematicamente richiesto agli studenti la verbalizzazione delle attività di classe, attraverso l'utilizzo delle Google Suite for Education, in particolare della app Documents di Google. Gli allievi hanno acquisito la buona abitudine di costruire a più mani tali relazioni, e di condividerle con l'intera classe e con l'insegnante, tramite Google Classroom e Google Drive.

Pertanto, la proposta di trasformare la classe in un "laboratorio di scrittura condivisa" per la creazione di contenuti didattici digitali, su una piattaforma MediaWiki, si è inserita in un contesto classe abituato a scrivere di matematica. Così è nato il nostro wiki di classe, consultabile all'indirizzo www.progettovivarium.it/PieraRomano, intitolato "Let Maths talk!".

Figura 1 - Home page del wiki di classe

Di Matematica, sì, ma matematicamente?

Il valore aggiunto dall'utilizzo della piattaforma MediaWiki si è rivelato via via maggiore nel corso dei mesi. La decisione di rivolgerci a un pubblico più vasto, attraverso la pubblicazione *on line* di un wiki di classe, ha determinato la necessità di responsabilizzare gli allievi relativamente alla scrittura della matematica con linguaggio appropriato. Tuttavia, se è stato immediato, sia per me sia per i miei studenti, intuire che le relazioni prodotte fino a quel momento non erano del tutto

adeguate per essere pubblicate sul web, non è stato altrettanto semplice per me accettare l'idea che gli studenti andavano guidati in maniera opportuna per fare in modo che i testi da loro prodotti fossero testi matematici. Mi sono infatti ritrovata a correggere bozze, proprio come i colleghi di italiano!

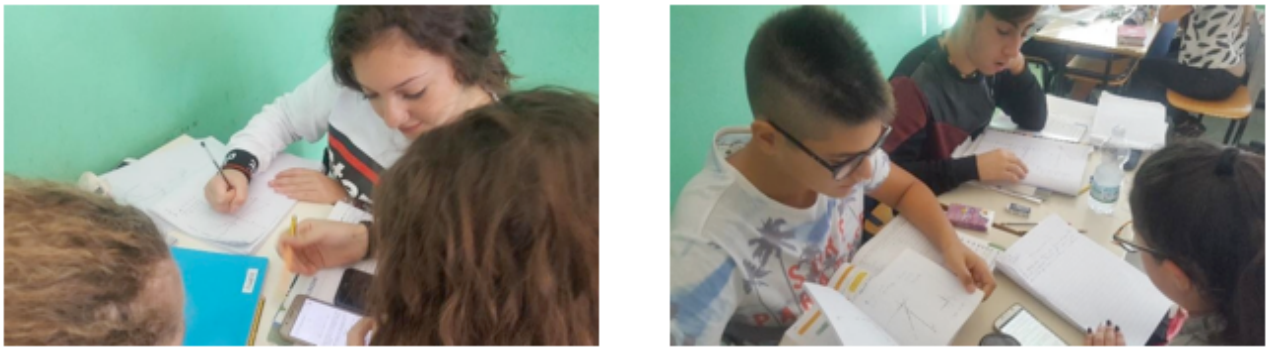


Figura 2 - Laboratorio di scrittura in matematica

Le relazioni, che sarebbe forse meglio definire verbali delle discussioni, erano state scritte dalla classe per la classe, con linguaggio per lo più colloquiale, infarcito di impliciti, come capita sempre in ogni forma di comunicazione, anche perché spesso letto solo dai propri compagni di classe e dall'insegnante.

D'altronde, recenti studi hanno anche messo in evidenza quanto sia complicato da parte di uno studente abbandonare il linguaggio di classe, accettabile nelle prove orali e nelle discussioni di inter-gruppo, per passare alla comunicazione scritta dei concetti appresi. E se Anna Sfard (2000) sostiene che in matematica bisogna necessariamente diventare capaci di comunicare utilizzando il linguaggio appropriato, d'altro lato Pier Luigi Ferrari (2003) afferma che "è illusorio credere che gli studenti possano acquisire il linguaggio matematico semplicemente aggiungendo qualche convenzione e un po' di simboli al linguaggio che utilizzano quotidianamente".

È stato perciò necessario forzare gli allievi all'utilizzo del linguaggio specifico per tradurre in matematica quanto acquisito e fino a quel momento raccontato all'insegnante in maniera colloquiale.

Un esempio di attività finalizzata all'acquisizione del linguaggio specifico è mostrato in figura 3.

Utilizza, laddove è possibile, il linguaggio matematico, e traduci le espressioni formulate in linguaggio naturale. Le frasi sono state usate da qualcuno di voi nell'ultima verifica scritta	
Linguaggio naturale	Linguaggio matematico
La funzione si trova solo nel primo e nel secondo quadrante	$f(x) > 0 \ \forall x \in R$
Primo zero e secondo zero di una funzione	x_1 , x_2
CONTINUA TU	
Se disegniamo la parabola è negativa la parte compresa tra gli zeri	$x_1<(f(x)<0)<x_2$
La funzione è maggiore di 0 prima del primo zero e dopo l'ultimo 0	$f(x)>0$ $f(x)<x_1 \vee f(x)>x_2$
Il segno della funzione è positivo/ negativo	$f(x)>0$ $f(x)<0$
x^2 moltiplicata un numero positivo, addizionata continuerà ad essere positivo	$x^2+n>0 \ \forall x \in R$
$X^2-9>0$ R: $x > \pm 3$ Sbagliata perché significherebbe che $x>3 \vee x>-3$, ed il risultato sarebbe errato. Immaginando o disegnando la parabola dobbiamo prendere in considerazione la parte della parabola che passa per il I e per il II quadrante. Quindi il risultato sarebbe $x<-3 \vee x>3$.	$x^2-9>0$ R: $x \pm 3$ NO $x^2-9>0$ R: $x<-3 \vee x>3$

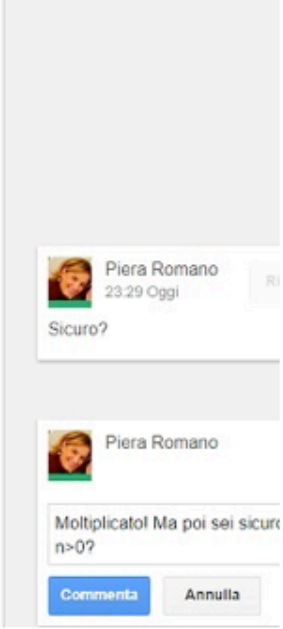


Figura 3 - Dal linguaggio naturale a quello matematico

L'attività di traduzione dal linguaggio colloquiale a quello specifico per la matematica ha dato notevoli risultati anche in termini di comprensione e di lettura. Gli studenti, infatti, per adattare le loro relazioni a un pubblico esterno sono stati invitati a consultare diverse fonti: il loro libro di testo, altri testi di matematica procurati da me, voci di Wikipedia, siti internet dedicati all'argomento.

In figura è mostrato un protocollo in cui un alunno riconosce che l'equazione proposta può essere classificata in un certo modo, dopo aver consultato il libro!

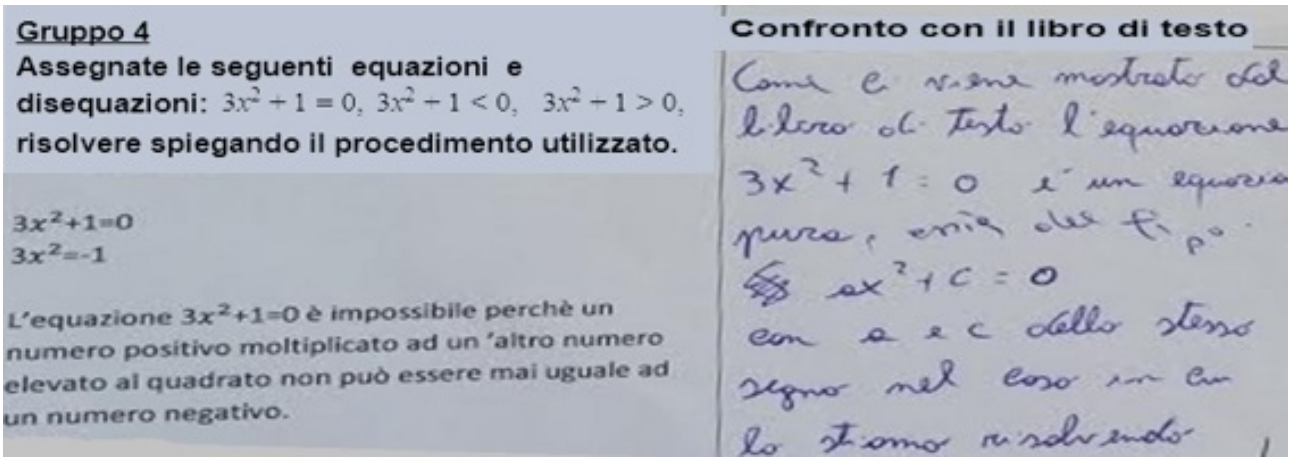


Figura 4 - Confronto col libro di testo

Il risultato non è da sottovalutare, considerato che parte delle difficoltà incontrate dagli studenti, purtroppo ampiamente documentate dagli esiti piuttosto insoddisfacenti delle prove di valutazione standardizzate nazionali e internazionali (PISA, INVALSI) possono talvolta essere ricondotte ad una non adeguata capacità di

comprensione dei testi scritti e a scarse competenze linguistiche appropriate per la matematica.

Il wiki di classe su MediaWiki

Ma come abbiamo organizzato il nostro wiki?

Se all'inizio della sperimentazione i contributi degli studenti, relativi al grafico di una funzione, rispecchiavano fortemente il libro di testo, le pagine create durante il secondo anno di sperimentazione hanno meglio soddisfatto l'esigenza di organizzare il contenuto orizzontalmente.

Ad esempio, studiando l'algebra, con le classi 1A e 1M dell'a.s.2016/2017, abbiamo deciso di organizzare la pagina dedicata ai prodotti notevoli in maniera tale da leggere le uguaglianze nei due versi possibili, per sviluppare i prodotti notevoli e per riconoscerli, ossia per fattorizzare un polinomio.

Figura 5 - I prodotti notevoli sul wiki di classe
(http://www.progettovivarium.it/PieraRomano/index.php?title=Prodotti_notevoli)

A seguito della correzione delle verifiche fatte in classe, abbiamo poi analizzato le difficoltà che si incontrano e gli errori frequenti che si commettono e abbiamo deciso di dedicare un paragrafo all'analisi di tali errori.

D'altronde, è riconosciuto dalla ricerca in didattica che l'errore deve divenire una risorsa didattica, attraverso cui il docente avvia una riflessione sui processi attivati dai propri allievi. Ma ancora più importante è chiedere agli allievi stessi di lavorare sugli errori propri o altrui, sia per cercare una spiegazione plausibile alla scelta, seppure non corretta, di chi ha commesso l'errore, sia per illustrare invece il procedimento corretto. È evidente che in questo modo si potenzia la capacità di argomentazione e si sviluppano competenze di riflessione.

Nella classi seconde, abbiamo invece creato pagine relative alla funzione di II grado, evidenziando come il grafico della funzione, che è quello di una parabola, può essere la chiave per la risoluzione di equazioni e disequazioni di II grado. L'organizzazione del wiki, ancora non completo, rispecchia la modalità di lavoro adottata in classe, in un

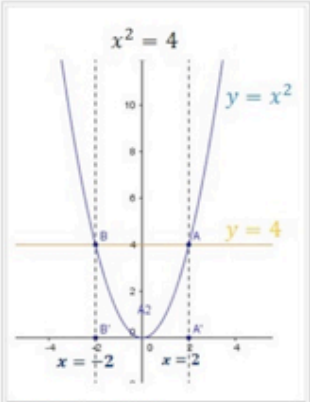
ordine molto diverso rispetto a quello adottato da quasi tutti i libri di testo. Ad esempio, la formula risolutiva delle equazioni di II grado viene data solo dopo aver imparato a risolvere quasi tutte le equazioni, e con il consiglio di usarla solo se strettamente indispensabile!

I procedimenti risolutivi sono stati interpretati facendo riferimento al grafico, all'algebra e alle proprietà delle operazioni aritmetiche. In tal modo, si facilita l'attribuzione di significato da parte degli studenti agli oggetti matematici, per loro natura astratti, attraverso l'utilizzo di differenti rappresentazioni semiotiche e mediante la richiesta di conversione da un sistema semiotico ad un altro.

Intersezioni tra la funzione monomia e una retta orizzontale Partiamo da un esempio e immaginiamo di voler risolvere l'equazione $x^2 = 4$, caso particolare del caso più generale $ax^2 = k$ con $a > 0$ e $k > 0$.. E' possibile affrontare la risoluzione di tale equazione interpretandola in diversi modi:

Interpretazione grafica

Per capire cosa significa risolvere l'equazione $x^2 = 4$, consideriamo le funzioni $y = x^2$ e $y = 4$ e tracciamone i grafici cartesiani sullo steso riferimento cartesiano.



con $a = 1, y = x^2$

La funzione $y = x^2$ è rappresentata da una parabola, mentre y= 4 è rappresentata da una retta orizzontale. Per rispondere alla domanda fatta dall'equazione, dobbiamo individuare i punti di intersezione tra le due curve.

I valori di x che verificano l'equazione si ottengono dalle loro proiezioni sull'asse x, perciò le soluzioni sono le rispettive ascisse dei punti di intersezione. Nell'esempio fatto, si ha $x = 2 \vee x = -2$.

Interpretazione algebrica Prendiamo sempre la stessa equazione $x^2 = 4$. Essa è equivalente all'equazione $x^2 - 4 = 0$. Ci accorgiamo che $x^2 - 4$ è prodotto notevole, pertanto si avrà l'equazione equivalente $(x-2)(x+2) = 0$, da cui , per la legge di annullamento del prodotto, si avrà che le soluzioni dell'equazioni sono $x = 2 \vee x = -2$. Nel caso generale, con $k > 0$, si avrà $x^2 - k = (x - \sqrt{k})(x + \sqrt{k})$ $x = \sqrt{k} \vee x = -\sqrt{k}$

Interpretazione numerica In tal caso per risolvere l'equazione $x^2 = 4$, la domanda che ci poniamo è: *Quale numero x al quadrato è uguale a 4?*. La risposta non è solamente $\sqrt{4}$, piuttosto le soluzioni possibili sono $x = 2 \vee = -2$. Nel caso generale, la domanda che ci poniamo è: *Quale numero x al quadrato è uguale a k, con* $k > 0$*?* e analogamente non basta rispondere $x = \sqrt{k}$, piuttosto le soluzioni possibili sono $x = \sqrt{k} \vee x = -\sqrt{k}$. Ovviamente sappiamo bene che le interpretazioni date sono tutte importanti e che ciascuna da solo non basta. Quando le soluzioni dell'equazione non sono numeri interi, ad esempio con $k = 2$, la sola interpretazione grafica non è sufficiente a trovare la soluzione dell'equazione, e bisogna per forza fare uso anche dell'interpretazione numerica, almeno.

Figura 6 - Conversione di registri per le equazioni di II grado

Conclusioni

Congiuntamente allo sviluppo di competenze matematiche, i risultati ottenuti in questa prima fase di sperimentazione nella creazione un wiki di classe sembrano essere in linea con quanto affermato da Ferrari (2011), che sostiene che scrivere con gli studenti può notevolmente contribuire alla competenza matematica almeno su quattro aspetti: atteggiamento meno statico nei confronti del sapere e del linguaggio matematico; maggiore consapevolezza dell'organizzazione concettuale della disciplina, sviluppo di competenze linguistiche appropriate, e consapevolezza che il linguaggio specifico consente di creare prodotti condivisibili con una intera comunità.

Al momento, il nostro wiki di classe è ancora un ibrido, non ancora un wikibook (e speriamo possa diventarlo a breve), non del tutto ambiente collaborativo, poiché gran parte della scrittura condivisa avviene ancora tramite Google Documents e spesso i ragazzi chiedono a me di copiare i loro prodotti sul wiki, perché spaventati dall'uso del LaTex per le formule matematiche.

Certamente, però, è diventato una realtà per gli studenti. Ogni volta che in classe si afferra un collegamento tra argomenti non riportato dal nostro libro di testo, qualcuno interviene dicendo: "Prof, scriviamolo nel wiki".

Concludo con le parole di Mattia: “Prima studiavo dal libro, dopo averlo comprato, così il libro esiste dopo che ho studiato!”.

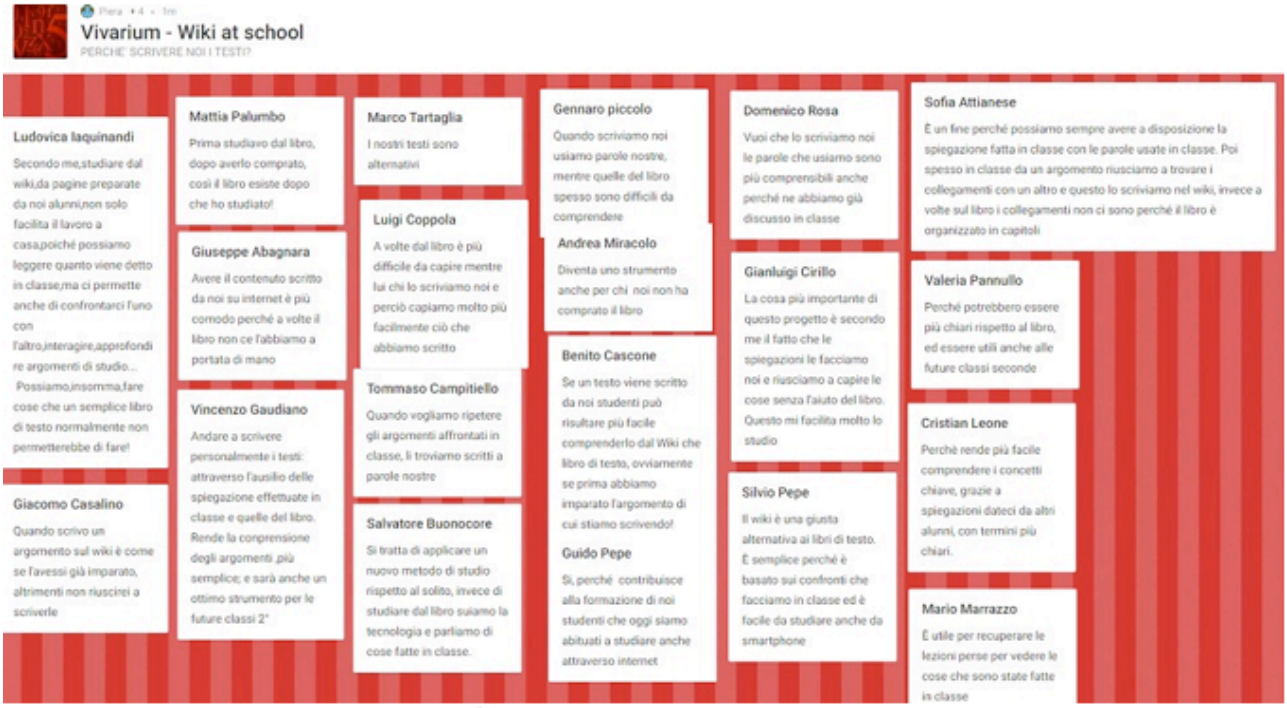


Figura 7 - Commenti degli studenti su padlet

Bibliografia

Ferrari, P. L. (2011), *Le potenzialità dell'e-learning in educazione matematica e il ruolo della ricerca*, “TD Tecnologie Didattiche”, 19, pp. 136-141.

Ferrari, P. L. (2003), *Costruzione di competenze linguistiche appropriate per la matematica a partire dalla media inferiore*, “L’insegnamento della matematica e delle scienze integrate”, 26/A (4), pp. 469-496.

Sfard, A. (2000), *Symbolizing mathematical reality into being: how mathematical discourse and mathematical objects create each other*, in Symbolizing and communicating in mathematics classrooms: Perspectives on discourse, tools, and instructional design, Lawrence Erlbaum Associates, pp. 37-98.