

BRICKS | TEMA

Problemi visuali e il problem posing

a cura di:

Maria Aurora Mangiarotti



Matematica, Matematica visuale, Problem posing, Strategie, Argomentazione

Premessa

Risolvere problemi è una competenza fondamentale e trasversale alle varie discipline: la matematica in particolare, ha un ruolo essenziale per la formazione al *problem solving*. Il Prof. d'Amore distingue gli esercizi scolastici dai problemi: i primi possono essere risolti utilizzando regole già apprese o in via di consolidamento; è da considerarsi "un esercizio" quella situazione che presenta i dati necessari per trovare la soluzione ed una procedura risolutiva ben definita. Un problema è una questione che può essere aperta, tratta dalla vita reale, che può non prevedere tutti i dati necessari oppure presentarne di superflui; la sua risoluzione richiede da parte dell'allievo, una strategia, talvolta creativa: un problema si presenta quando c'è un obiettivo che vogliamo conseguire, ma il processo attraverso il quale lo raggiungeremo non ci è noto.

La distinzione fra le categorie "esercizi" e "problemi" non è netta, in quanto da un contesto reale può emergere un problema o un esercizio a seconda della situazione didattica.

Molti bambini incontrano difficoltà non solo nel risolvere problemi, ma anche nell'affrontare esercizi: esse sono dovute a scarsa capacità di comprendere il testo, di individuare i dati, di elaborare strategie, di saper svolgere i calcoli.

Per far acquisire agli alunni una mentalità orientata alla risoluzione di problemi si possono proporre inizialmente situazioni visuali, poiché il nostro cervello elabora i segnali visivi più velocemente e più facilmente dei codici scritti o verbali. Chiamo questo tipo di esercizi "problemi visuali o senza parole": essi sono caratterizzati da immagini che l'alunno deve decodificare, ossia figurarsi un contesto, pensare a possibili domande a partire dagli elementi in figura, formulare una strategia per rispondere alle stesse. Una sorta di attività di *problem posing* che fa parlare gli alunni di matematica, favorendo lo sviluppo di capacità argomentative.

Attività visuali

Primo esempio

Attività a coppie con la seguente scheda .

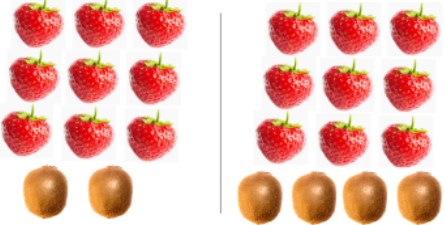
<p>Fragole e kiwi</p>  <p>280</p> <p>380</p>	<p>Scheda alunni</p> <p>Cognome Nome</p> <p>Cognome Nome.....</p> <p>Osservate l'immagine:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Cosa notate? 2. Che domande vi ponete? 3. Quali risposte avete dato alle vostre domande? 4. Spiegate come avete fatto a trovare le risposte
----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

Figura 1 - Un esempio di problema senza ... parole

I bambini, dopo aver osservato l'immagine, notano che il primo gruppo di frutti è formato da 9 fragole e due kiwi e ha un valore di 280, mentre il secondo gruppo formato da 9 fragole e quattro kiwi ha un valore di 380: i dati numerici potrebbero rappresentare il peso in grammi della frutta.

Possiamo aspettarci domande simili a queste:

- Qual è il valore totale dei frutti?
- Quanto vale un kiwi?
- Quanto vale una fragola?

Per trovare il valore di un kiwi, ecco una possibile strategia risolutiva: osservare che il valore del secondo gruppo supera di 100 il valore del primo ed è dovuto ai due kiwi in più, pertanto un kiwi ha valore 50. Per trovare il valore di una fragola gli alunni utilizzano il dato appena calcolato del kiwi.

L'attività si conclude con un confronto all'interno della classe: i bambini condividono le domande e descrivono la propria strategia adottata per trovare le risposte. L'insegnante riassume e invita i bambini a rivedere e completare la scheda, aggiungendo schemi o organizzatori grafici (es. mappa). Viene quindi dedicato un momento alla riflessione stimolata dalla domanda: *"Che cosa ho imparato da questa attività?"*

Secondo esempio

Attività a coppie con la seguente scheda .

Osservate l'immagine:

		1. Cosa notate?
		2. Che domande vi ponete?
		3. Quali risposte avete dato alle vostre domande? Spiegate come avete fatto a trovare le risposte

Figura 2 - Esempio 2

I bambini, dopo aver osservato l'immagine, notano che:

- Ci sono tre tipi di cibi: muffin, vasetti di marmellata e succo di frutta.
- I cibi sono distribuiti su tre righe e per ciascuna riga è indicato il costo totale
- Le prime due righe sono composte da cibi diversi, mentre l'ultima è formata da 4 vasetti di marmellata, tra loro uguali

Si confrontano all'interno di ciascuna coppia e si pongono domande simili alle seguenti:

- Quanto spendo comprando tutti i cibi?
- Quanto costa un succo di frutta?
- Quanto costa un vasetto di marmellata?
- Quanto costa un muffin?

Ma l'insegnante può stimolare ulteriori domande del tipo:

- Perché si può dire che un muffin costa meno di un vasetto di marmellata, senza fare calcoli?
- Quanto costa in più il vasetto di marmellata rispetto ad un muffin?
- Cosa potrei comprare al posto dei vasetti di marmellata avendo a disposizione 16€?

Insomma le domande possono essere numerose e a diversi livelli di complessità.

Questa fase è molto significativa perché gli alunni pongono le loro domande e indagano su come trovare le risposte, fornendo al docente evidenze per una valutazione formativa..

In merito alla scheda 2, molti bambini provano a dare le risposte mettendo in atto una strategia ingenua, cioè vanno per tentativi, attribuendo ai vari oggetti un valore, finché i conti tornano. In tal caso l'insegnante fornisce un *feedback* positivo, ma stimola i bambini a cercare anche altre vie.

Nel precedente esempio, una strategia risolutiva consiste nell'osservare che la terza riga è formata da quattro vasetti uguali: da qui si può ricavare il costo di un vasetto di marmellata e quindi risalire al costo del muffin e del succo di frutta.

L'attività si conclude sempre con un confronto all'interno della classe e viene dedicato un momento alla riflessione stimolata dalla domanda: "Che cosa ho imparato da questa attività?"

Terzo esempio

Un piccolo cambiamento nella prima riga dell'immagine della scheda N. 2 porta ad un livello più alto la strategia risolutiva, in quanto gli alunni devono mettere in campo una sostituzione.



Figura 3 - Esempio 3

Strategia:

Dopo aver trovato dalla terza riga il costo di un vasetto di marmellata, è possibile ricavare dalla prima il costo di un muffin e di un succo di frutta per sostituzione:

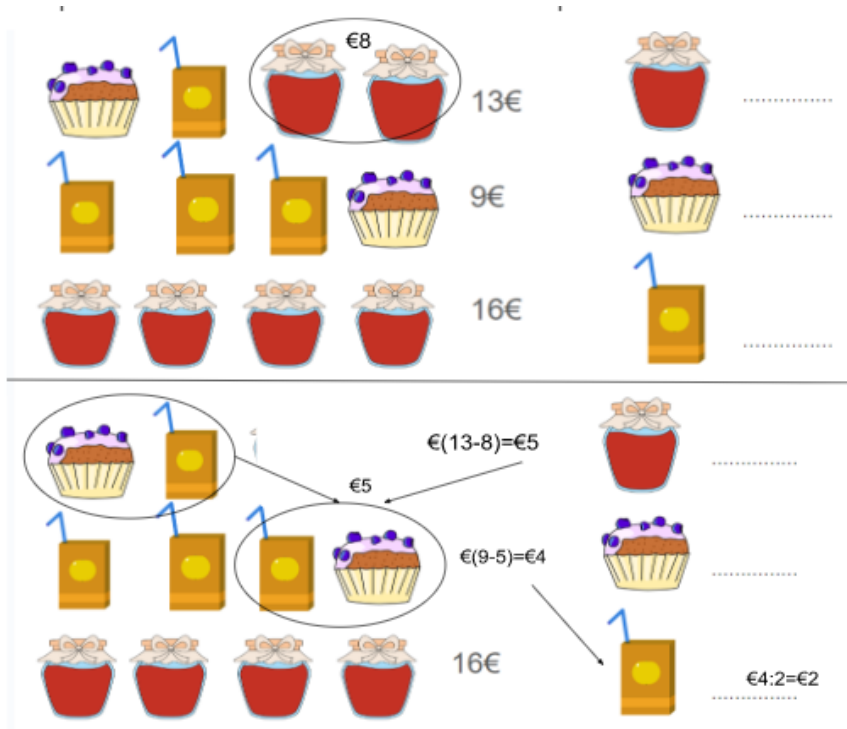


Figura 4 - Soluzione dell'esempio 3

Se nella seconda riga si sottrae il costo del muffin e del succo di frutta dal totale, si ottiene il costo di due succhi di frutta, da cui si risale al costo di un succo di frutta.

I problemi proposti, pur presentando situazioni fuori da uno specifico contesto, stimolano il pensiero, l'analisi e il ragionamento: contribuiscono ad avviare l'apprendimento autodiretto, a collegare le conoscenze di base e suscitano curiosità e interesse.

Quarto esempio

Attività a coppie con la seguente scheda

<p>A</p> <p>B</p>	<p>L'immagine propone due bilance:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Cosa notate? • Che domande vi ponete? • Quali risposte avete dato alle vostre domande? Spiegate come avete fatto a trovare le risposte
-------------------	-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

Figura 5 -Esempio 4

Nell'immagine, non ci sono numeri e il concetto in gioco è quello di equilibrio della bilancia o di equivalenza in termini di peso degli animali che si trovano sui due bracci di entrambe le bilance.

I bambini fanno affermazioni come le seguenti:

"Sembra un'altalena."

"La bilancia è in equilibrio".

"5 gatti pesano quanto un cane e un riccio e un cane quanto un gatto e un riccio."

"5 gatti equivalgono a un cane e un riccio, e sulla seconda bilancia, un cane equivale a un gatto e un riccio".

E si pongono domande del tipo:

- Quanto pesano il gatto, il cane e il riccio?
- Quanti gatti per un cane?
- Quanti ricci per un gatto?
- Quanti ricci per un cane?

Per favorire la comprensione del problema si possono fornire ai bambini più immagini da cui ritagliare animali da aggiungere ai bracci delle bilance.

Possibili strategie:

1. Sostituzione

Data l'equivalenza nella bilancia 2 "cane con gatto+riccio", si sostituisce il cane con il gatto ed il riccio nella prima bilancia

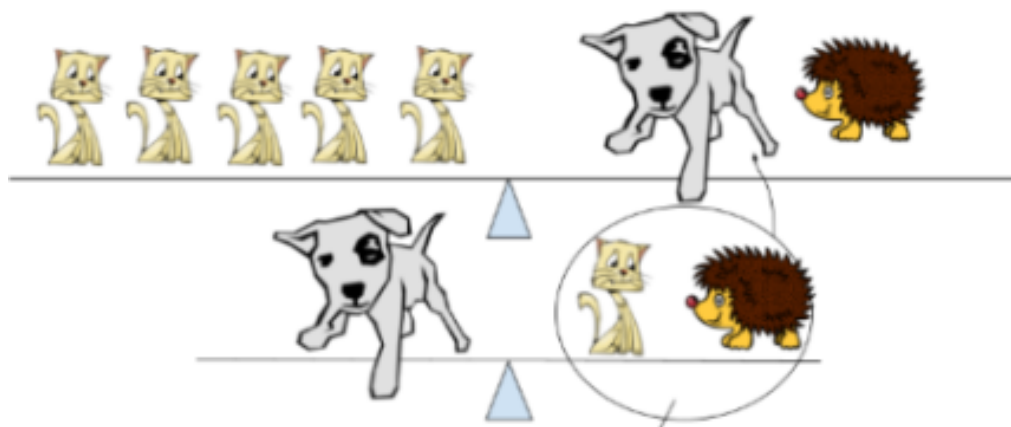


Figura 6 - Strategia di sostituzione nella prima bilancia

Quindi da entrambi i piatti della prima bilancia si toglie un gatto e si trova che due ricci pesano come quattro gatti, ossia un riccio pesa come due gatti.

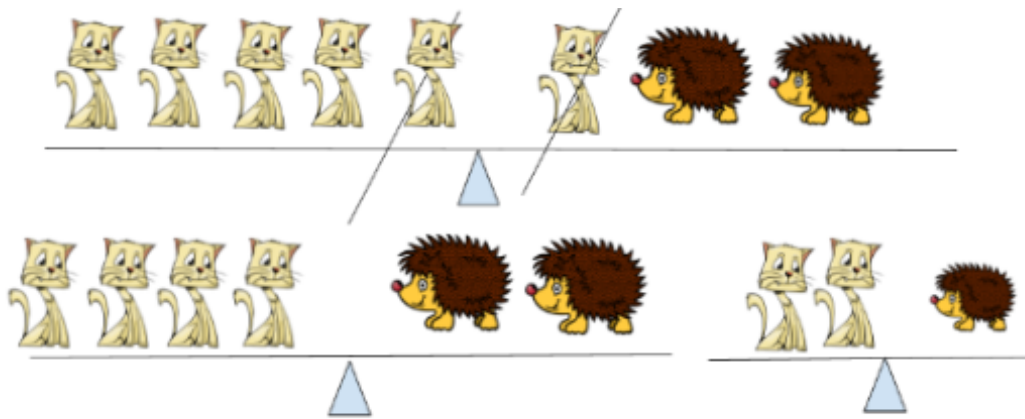


Figura 7 - Strategia di sostituzione nella prima bilancia

Consideriamo ora la seconda bilancia:

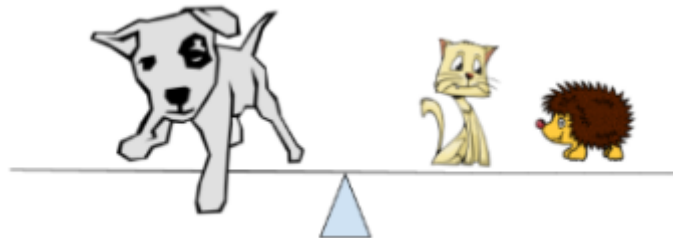


Figura 8 - Strategia di sostituzione nella seconda bilancia

Sostituendo due gatti al posto del riccio, si trova che il cane pesa come tre gatti

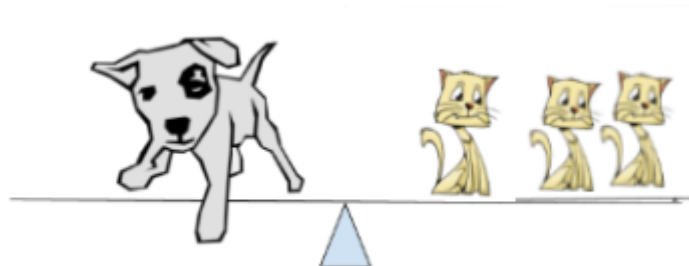


Figura 9 Strategia di sostituzione nella prima bilancia

2. Aggiungere alla prima bilancia gli animali che stanno sulla seconda mantenendo gli equilibri

Nella prima bilancia, sul braccio di sinistra si aggiunge il cane mentre sul braccio di destra si inseriscono il gatto ed il riccio (data l'equivalenza fra "cane" e "gatto+riccio")

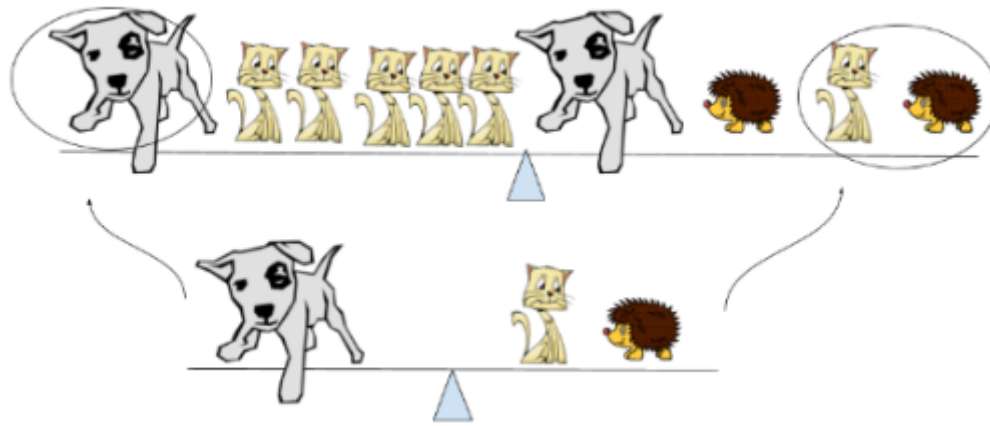


Figura 9 - Strategia "unire gli equilibri"

Togliendo da entrambi i bracci il cane e un gatto, la bilancia mantiene l'equilibrio

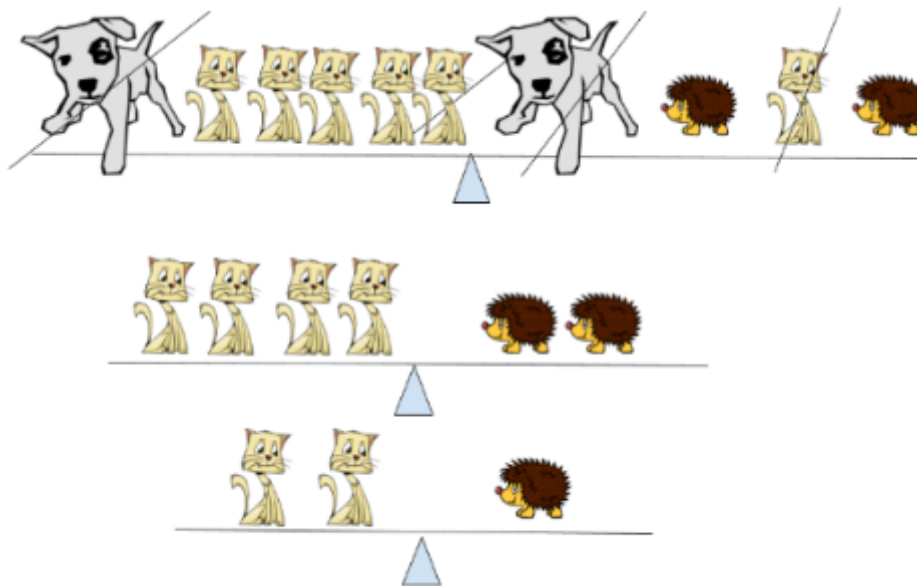


Figura10 - Strategia "unire gli equilibri"

L'attività risulta molto efficace se proposta con il manipolatore Polypad: l'insegnante prepara la scheda e gli alunni possono trascinare aggiungendo o togliendo gli animali dalla bilancia per verificare quando questa è in equilibrio. Qui [il link alla gif animata](#) Qui [il link alla scheda di Polypad](#).

3. Assegnare dei pesi

Una strategia ingenua potrebbe essere quella di assegnare dei pesi a ciascun animale in modo che la bilancia mantenga l'equilibrio

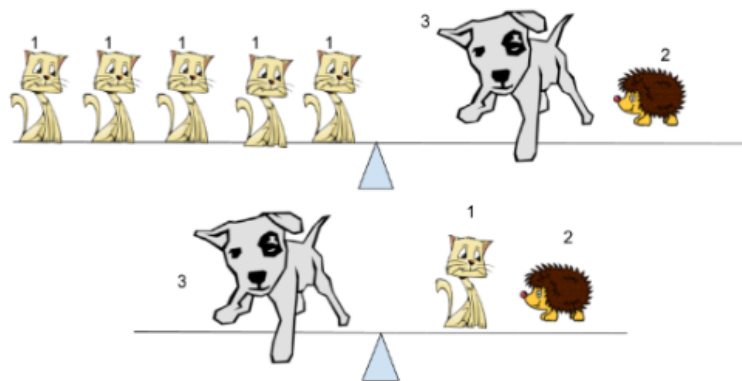


Figura 11 Strategia "assegnare pesi"

I gruppi che abbracciano la strategia di attribuire dei valori agli animali, potrebbero trovare soluzioni differenti; l'insegnante guida i bambini a generalizzare: la bilancia rimane in equilibrio se il peso del riccio è il doppio di quello del gatto ed il peso del cane è il triplo del peso del gatto. il problema ha quindi infinite soluzioni nell'insieme dei naturali, purchè si rispettino i rapporti.

Gli esempi proposti sono condivisi al link:

<https://docs.google.com/presentation/d/1RRQHE4Q6IAP8kwiasLKleyIX7zbqkRBOF-3tsBT1xqg/edit?usp=sharing>

Spunti dalla realtà per il problem posing

Sempre nell'ambito del *problem posing*, si possono proporre immagini da volantini del supermercato o da cataloghi di vendita, da orari dei treni, scontrini, calendari, menù dei ristoranti o altri artefatti: dall'analisi dei materiali gli alunni possono ricavare problemi, anche arricchendoli di contesti a loro familiari.



Figura 12 - Da un volantino pubblicitario



Figura 13 - Da un catalogo

Molte risorse per problemi visuali per il primo e il secondo ciclo si trovano al sito <https://whenmathhappens.com/3-act-math/>

La strategia utilizzata è detta "Three act": l'attività si svolge in tre atti:

- Atto 1: si presenta il problema alla classe grazie ad un'immagine o ad un breve video.
- Atto 2: gli alunni lavorano in gruppo per trovare la loro soluzione. Vengono forniti ulteriori elementi per risolvere il problema.
- Atto 3: viene presentata, attraverso un video una possibile soluzione del problema.

Può seguire una domanda di approfondimento. Un esempio interessante è l'attività [SAM HOUSTON](#).

Per ogni attività sul sito sono disponibili i materiali didattici relativi alle varie fasi. Essi sono rilasciati su licenza Creative Commons Attribution-NonCommercial-ShareAlike 4.0.

Strumenti digitali per il docente a supporto della produzione di materiali e per la gestione delle lezioni

Molte sono le risorse disponibili in rete, ma non sempre risultano funzionali ad una didattica calata in contesti specifici, che deve far fronte a bisogni particolari, di conseguenza è importante che il docente abbia competenze per creare le proprie risorse. Oggi, le soluzioni tecnologiche offrono molte opzioni per preparare e condividere contenuti digitali con i colleghi in modo efficiente. Per la realizzazione delle schede presentate, sono stati utilizzati i seguenti applicativi:

- **Google presentazioni** (e schede sono poi salvate in formato immagine).
- **Google Drawings**, una app della piattaforma Google, disponibile anche in Google Documenti.
- **Canva** un software online *Freemium* che mette a disposizione moltissimi elementi grafici utili per creare le immagini dei problemi.

- **Polypad** un simulatore per tantissime attività di matematica che consente ai docenti di creare facilmente esercizi interattivi. E' un'applicazione web gratuita che non richiede *account* per gli studenti e consente di esplorare virtualmente oggetti matematici in modo interattivo. Sviluppato da Mathigon, un'organizzazione educativa che si propone di rendere l'apprendimento della matematica più coinvolgente e accessibile, Polypad permette di manipolare blocchi numerici, frazioni, espressioni algebriche, figure geometriche, tassellazioni e molto altro. Una webapp molto inclusiva che rende più facile per tutti gli alunni cogliere le connessioni tra diversi concetti matematici in modo dinamico.

Per condurre le lezioni in forma laboratoriale a coppie, l'insegnante può fornire agli alunni schede cartacee, oppure, avendo a disposizione in classe *device* collegati in rete, può utilizzare **Google jamboard**. L'attività avviene in modalità condivisa: in un unico file di jamboard l'insegnante può creare fino a 20 lavagne su ciascuna delle quali ha caricato la scheda come sfondo; ogni coppia sulla propria lavagna, può disegnare, inserire riflessioni come *post*. L'insegnante tiene sotto controllo il lavoro delle coppie potendo vedere in tempo reale tutti i contributi. Anche gli alunni possono visualizzare i lavori dei compagni e questo facilita la discussione e il confronto finale.

Conclusioni

L'approccio visuale si rivela adatto all'avvio al *problem posing*: gli alunni assumono un ruolo attivo lavorando in gruppo o individualmente; l'insegnante li sostiene ponendo domande che fanno avanzare il loro pensiero, utilizza le idee scorrette per sviluppare la comprensione matematica, monitora gli apprendimenti e usa le informazioni raccolte quali evidenze per una valutazione formativa. Le tecnologie offrono un supporto essenziale ai docenti, sia per la creazione dei contenuti in modalità condivisa (grazie a strumenti di collaborazione online come Google Drive, Microsoft Office 365), sia in fase di gestione delle lezioni (Google jamboard, Polypad o altre lavagne).

Bibliografia

https://www.digitaldocet.it/allegati/damore/problemi/588_Problemi.pdf
<https://annali.unife.it/adfd/article/view/1571/1365>
<https://whenmathhappens.com/3-act-math/>
<https://it.mathigon.org/>
<https://mathisvisual.com/>
<https://illustrativemathematics.org/>



Maria Aurora Mangiarotti

mangiarotti.aurora@gmail.com

Maria Aurora Mangiarotti è formatrice in corsi PNSD nelle aree TIC, didattica della matematica e delle STEAM, valutazione, progettazione didattica. Già docente di matematica, ha ricoperto i ruoli di esperto INVALSI (profilo A2 – progetto Valutazione e Miglioramento), Animatore Digitale, funzione strumentale per le NT, referente per la formazione e per l'integrazione delle tecnologie nella didattica. Il materiale presentato è stato realizzato per un progetto di matematica alla scuola primaria.